

Stochastik : Flachbildschirme

1 Flachbildschirme - Aufgaben

Alle in Ihren Lösungen verwendeten Zufallsgrößen müssen explizit eingeführt werden. Machen Sie auch Angaben über die Verteilung der jeweiligen Zufallsgrößen.

Eine Firma stellt Flachbildschirme her. im Mittel ist einer von fünf hergestellten Bildschirmen fehlerhaft.

1. Binomialverteilung

Es soll angenommen werden, dass die Anzahl fehlerhafter Geräte unter zufällig ausgewählten Bildschirmen durch eine binomialverteilte Zufallsgröße beschrieben werden kann.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:

- A: "Von 50 zufällig ausgewählten Bildschirmen sind höchstens 8 fehlerhaft."
- B: "Von 200 zufällig ausgewählten Bildschirmen sind mehr als 15% und weniger als 25% fehlerhaft."
- C: "Von 10 zufällig ausgewählten Bildschirmen sind genauso viele fehlerhaft, wie zu erwarten ist."

(8 P)

Lösung

Hinweis:

Mit gleichzeitigem Drücken von **Strg** und **Lösung** bzw. **Ctrl** und **Lösung** wird die Lösung in einem neuen Tab angezeigt.

2. Fragen zur Vierfeldertafel

Fehler der Bildschirme treten am häufigsten in Form eines defekten Displays sowie in Form eines defekten Netzteils auf. Für einen zufällig ausgewählten Bildschirm beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

- das Display defekt ist, 10.7 %,
- das Display und das Netzteil defekt sind, 1 %,
- weder das Display noch das Netzteil defekt ist, 87.3 %.

(a) Stellen Sie den Sachverhalt in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar.

(4 P)

- (b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, das entweder das Display oder das Netzteil defekt ist. (2 P)
- (c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, das ein Bildschirm mit einem defekten Netzteil ein nicht-defektes Display hat. (2 P)
- (d) Untersuchen Sie, ob die beiden betrachteten Defekte unabhängig voneinander auftreten. (3 P)

Lösung

3. Hypothesentest und Konfidenzintervall

Ein Mitarbeiter der Firma bezweifelt, dass im Mittel einer von fünf Bildschirmen fehlerhaft ist. Um einen Schätzwert für den Anteil fehlerhafter Geräte zu ermitteln, zieht er eine Stichprobe vom Umfang 180 zu Hilfe. In der Stichprobe sind 27 Bildschirme fehlerhaft.

- (a) Zeigen Sie, dass der Mitarbeiter bei diesem Testergebnis die Hypothese "Im Mittel ist einer von fünf Bildschirmen fehlerhaft" auf einem Signifikanzniveau von 5% nicht verwerfen kann.
Entscheiden Sie, ob die Zweifel des Mitarbeiters damit ausgeräumt sind. (9 P)

Bei hinreichend großem Stichprobenumfang n kann aus der relativen Häufigkeit h , die sich bei der Durchführung des Tests ergibt, die Obergrenze p_{max} bzw. Untergrenze p_{min} des 95%-Konfidenzintervalls folgendermaßen näherungsweise berechnet werden:

$$p_{max} \approx h + 1.96 \cdot \sqrt{\frac{h \cdot (1 - h)}{n}} \quad ; \quad p_{min} \approx h - 1.96 \cdot \sqrt{\frac{h \cdot (1 - h)}{n}}$$

- (b) bestimmen Sie damit das zu dem Testergebnis 27 gehörende 95%-Konfidenzintervall. (3 P)
- (c) Zeigen Sie mit Hilfe der oben genannten Näherungsformeln allgemein, dass sich die Länge eines 95%-Konfidenzintervalls bei Verdopplung des Stichprobenumfangs n und gleicher relativer Häufigkeit h verkleinert, aber nicht halbiert. (4 P)

Lösung

4. Fehlerhafte Einstufung

Tatsächlich sind 20% aller Bildschirme fehlerhaft.

Bei einer abschließenden Prüfung werden alle fehlerfreien Bildschirme auch als fehlerfrei eingestuft. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Bildschirm als fehlerfrei eingestuft wird, wird mit x bezeichnet. Ein im Rahmen der Prüfung als fehlerfrei eingestufte Bildschirm wird zufällig ausgewählt.

Bestimmen Sie den kleinstmöglichen Wert von x , für den die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieser Bildschirm fehlerhaft ist, höchstens 5% beträgt.

(5 P)

Lösung